

涂敷硬涂层的失谐整体叶盘减缩建模及振动分析

高峰, 孙伟
(东北大学 机械工程与自动化学院, 沈阳 110819)

摘 要: 为了提高整体叶盘的服役寿命,提出一种对叶片涂敷硬涂层的减振方法。同时,针对失谐叶盘-硬涂层复合结构的运算规模庞大的难题,提出了一种双重减缩建模方法。利用一种改进的混合界面子结构(HISCMS)法对复合结构进行第一重的自由度减缩。利用一种模态密集判别准则与经典模态减缩(SNM)法思想对综合后的模型进行第二重的模态减缩。选取了对叶片双面涂敷 NiCoCrAlY+YSZ(yttria-stabilized zirconia,氧化锆)硬涂层的失谐叶盘进行仿真分析及试验测试,以探究失谐叶盘的振动情况以及硬涂层厚度对失谐叶盘的影响。结果表明:双重减缩建模方法能够在保证计算精度的前提下提高 25.86%~42.05%的计算效率;而且硬涂层表现出较强的阻尼作用,能够在共振区显著抑制失谐叶盘的共振响应。

关 键 词: 硬涂层; 失谐整体叶盘; 双重减缩建模; 混合界面子结构(HISCMS)法; 经典模态减缩(SNM)法; 振动分析

中图分类号: V231.9; TJ650.3; TB535 **文献标志码:** A

Reduced-order modeling and vibration analysis of mistuned blisk with damping hard coating

GAO Feng, SUN Wei
(School of Mechanical Engineering and Automation,
Northeastern University, Shenyang 110819, China)

Abstract: For mistuned blisk (integrally bladed disk), a method for damping hard coating on blades was proposed to reduce vibration and improve its working life. However, the high fidelity model of mistuned blisk with hard coating tended to characterize massive computational scales in a finite element analysis, thus a method of double reduced-order modeling was developed to deal with this defect. Degrees of freedom of mistuned blisk with hard coating were reduced by using an improved hybrid interface sub-structural component modal synthesis (HISCMS) method, the modes of mistuned blisk with hard coating were reduced based on a criterion of intensive modes and a method of subset of nominal modes (SNM). In order to investigate vibration of mistuned blisk and the influence of hard coating on blisk, a mistuned blisk with NiCoCrAlY+YSZ (yttria-stabilized zirconia) hard coating on both sides of blades was selected as example to conduct simulation. Results revealed that the method of double reduced-order modeling can improve 25.86%—42.05% computational efficiency under the premise of the accuracy of calculation, the hard coating had strong damping effect,

收稿日期:2017-01-03
基金项目:国家自然科学基金(51375079); 中央高校基本科研业务费项目(N150304008)
作者简介:高峰(1990—),男,博士生,主要从事机械系统动力学及振动控制的研究。E-mail:18842392465@163.com

引用格式:高峰,孙伟.涂敷硬涂层的失谐整体叶盘减缩建模及振动分析[J].航空动力学报,2018,33(7):1595-1605. GAO Feng, SUN Wei. Reduced-order modeling and vibration analysis of mistuned blisk with damping hard coating[J]. Journal of Aerospace Power, 2018, 33(7):1595-1605.

and resonant response of mistuned blisk in resonant areas can be suppressed remarkably.

Key words: hard coating; mistuned blisk; double reduced-order modeling; hybrid interface sub-structural component modal synthesis (HISCMS) method; subset of nominal modes (SNM) method; vibration analysis

整体叶盘是将叶片和轮盘通过先进的工艺做成一体,具有减轻质量、减级、增效和提高可靠性等优点^[1]。在工作状态下,整体叶盘承受宽频激励,由于盘体更薄,轮盘与叶片的刚度非常相近,所以共振模式多为不可避免的盘片耦合振动,促使盘片振动局部超标,危害极大^[2]。过大的共振应力会使叶盘发生疲劳,尤其是高周疲劳,严重威胁发动机的安全性与可靠性^[3]。摩擦阻尼器减振^[4-6]是提高疲劳寿命最为广泛的传统方案,但是整体叶盘结构的一体化特性使得这种摩擦阻尼减振(例如叶冠摩擦、榫槽摩擦等)很难实施。

硬涂层是由金属或陶瓷制成的涂层材料,主要用于热障、抗摩擦和抗腐蚀等领域。近年来发现,硬涂层还能够降低构件的振动应力^[7-10],而且应用硬涂层减振还具有结构件刚度可设计的优点^[11-12]。本文考虑在整体叶盘叶片上涂敷硬涂层来实现失谐叶盘的振动控制,事实上,美国国家航空航天局(NASA)的研究人员已经将这种减振理念在整体叶盘上进行了应用^[13]。

为了有效实施整体叶盘硬涂层阻尼减振,需要对涂敷硬涂层的整体叶盘复合结构的动力学特性进行有效建模与预估。但由于硬涂层减振是一项全新的技术方法,相关的建模研究还未开展。目前,学者们对叶盘结构的动力学建模已开展大量的研究,从建模方法上大致可分为3类,分别是集中参数模型^[14]、连续参数模型^[15-16]以及有限元模型^[17]。集中参数模型和连续参数模型仅能对叶盘结构的振动特性进行定性分析,因而大量的研究集中于有限元模型。对于具有失谐特征的叶盘结构,有限元模型的减缩建模已成为当前叶盘结构振动特性分析的首要问题。常见的减缩建模方法主要有:①基于整体的减缩建模(subset of nominal modes, SNM)方法,又称为经典模态减缩建模方法^[18-19],该方法认为在系统发生失谐时,只有相邻模态密集时相应的振动模态才会产生较强的振型局部化,失谐模态可以表示为谐调模态的线性组合,不进行部件分解就达到了减缩建模的目的,避免了分解带来的误差,但是不适用于大型的复杂结构。②基于子结构分解(component mode synthesis, CMS)的模态减缩方法,主要包

括固定界面子结构法、自由界面子结构法与混合界面子结构法等^[20-21]。该方法主要通过子结构的模态截断进行模态减缩,其中需要若干约束模态(叶片与轮盘界面的每一个节点均会有3阶约束模态),减缩后自由度数仍然较大。③基于传递函数的自由度减缩方法(receptance method, RM)^[22],该方法中将叶片子结构处理为自由-自由状态,在叶片减缩时往往需要大量的自由-自由模态,自由度数依旧很大。

本文提出一种双重减缩建模方法,其原理如下:首先,利用改进的混合界面子结构法对硬涂层-失谐整体叶盘复合结构(简称复合结构)进行自由度减缩。其次,借鉴SNM方法的思想选取少数低阶模态近似完整模态,实现复合结构的模态减缩。接着,求得复合结构的模态损耗因子、系统阻尼及频响函数以表征其动力学特性。最后,本文以叶片涂敷NiCoCrAlY+YSZ硬涂层的失谐叶盘为分析实例,研究双重减缩建模方法的运算效率与精度,失谐叶盘-硬涂层结构的振动特性及硬涂层对失谐整体叶盘的减振。

1 复合结构的减缩建模

图1所示为涂敷硬涂层的失谐整体叶盘三维模型。对于整体叶盘的有限元模型,采用Solid185单元进行网格划分,共4 055 184个节点,

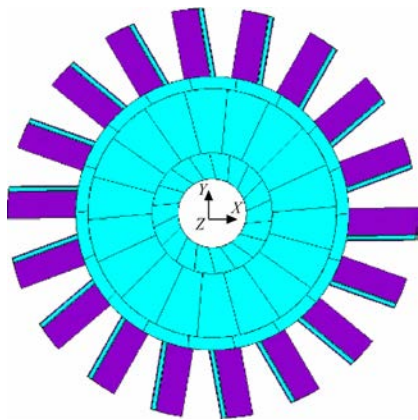


图1 涂敷硬涂层的失谐整体叶盘三维模型

Fig. 1 Three-dimensional model of the mistuned blisk with damping hard coating

3679182个单元,约1216.57万自由度;对于复合结构的有限元模型,仍然采用Solid185单元进行网格划分,共4614912个节点,4229550个单元,约1384.48万个自由度。可以知道,有限元模型的节点数量增加了559728(约为12.13%),单元数量增加了550368(约为13.01%),自由度增加了162.97万(约为12.13%)。复合结构有限元模型较整体叶盘有限元模型具有更加庞大的计算规模,传统的混合界面子结构模态综合法的模型减缩能力不足,所以本文采用双重减缩建模方法来提高其计算效率。

1.1 复合结构的第一重减缩

不考虑系统阻尼的影响,则复合结构的动力学方程如下所示:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = \mathbf{F} \quad (1)$$

其中 $\mathbf{K}$ 与 $\mathbf{M}$ 分别是复合结构的刚度矩阵与质量矩阵, $\mathbf{X}$ 是位移向量(响应), $\mathbf{F}$ 是外部激励力。假设叶片与轮盘的刚度矩阵,质量矩阵与位移矢量分别表示为 $\mathbf{K}^b, \mathbf{K}^d, \mathbf{M}^b, \mathbf{M}^d, \mathbf{x}^b$ 与 $\mathbf{x}^d$,即

$$\begin{cases} \mathbf{K}^b = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{BB}^b & \mathbf{K}_{BT}^b \\ \mathbf{K}_{BT}^{bT} & \mathbf{K}_{TT}^b \end{bmatrix} \\ \mathbf{K}^d = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{DD}^d & \mathbf{K}_{DT}^d \\ \mathbf{K}_{DT}^{dT} & \mathbf{K}_{TT}^d \end{bmatrix} \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \mathbf{M}^b = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{BB}^b & \mathbf{M}_{BT}^b \\ \mathbf{M}_{BT}^{bT} & \mathbf{M}_{TT}^b \end{bmatrix} \\ \mathbf{M}^d = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{DD}^d & \mathbf{M}_{DT}^d \\ \mathbf{M}_{DT}^{dT} & \mathbf{M}_{TT}^d \end{bmatrix} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \mathbf{x}^b = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_B^b \\ \mathbf{x}_T^b \end{bmatrix} \\ \mathbf{x}^d = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_D^d \\ \mathbf{x}_T^d \end{bmatrix} \end{cases} \quad (4)$$

其中上标b与d分别表示叶片与轮盘,下标B与D分别表示叶片与轮盘的内部自由度,T表示叶片与轮盘的界面自由度,T表示(矩阵或向量)转置。

针对涂敷硬涂层的叶片的结构特点,将其视为一端固定一端自由的分支,可用固定界面子结构法对叶片结构进行减缩建模。在不考虑系统阻尼的影响下,叶片结构的动力学方程为

$$\mathbf{M}^b \ddot{\mathbf{x}}^b + \mathbf{K}^b \mathbf{x}^b = \mathbf{f}^b \quad (5a)$$

可展开为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{BB}^b & \mathbf{M}_{BT}^b \\ \mathbf{M}_{BT}^{bT} & \mathbf{M}_{TT}^b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_B^b \\ \ddot{\mathbf{x}}_T^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{BB}^b & \mathbf{K}_{BT}^b \\ \mathbf{K}_{BT}^{bT} & \mathbf{K}_{TT}^b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_B^b \\ \mathbf{x}_T^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{f}_T^b \end{bmatrix} \quad (5b)$$

式中 $\mathbf{f}_T^b$ 表示叶片界面力。

首先,旋臂叶片结构的特征方程为

$$(\mathbf{K}_{BB}^b - \lambda_b \mathbf{M}_{BB}^b) \boldsymbol{\varphi}_b = \mathbf{0} \quad (6)$$

可得特征值矩阵 $\boldsymbol{\Lambda}_b$ 与模态振型 $\boldsymbol{\varphi}_b$,再通过模态截断可得减缩主模态矩阵,即

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Lambda}_b = \text{diag}(\lambda_{b1}, \lambda_{b2}, \dots, \lambda_{bn}) \\ \boldsymbol{\Phi}_b = (\boldsymbol{\varphi}_{b1}, \boldsymbol{\varphi}_{b2}, \dots, \boldsymbol{\varphi}_{bn}) \end{cases} \quad (7)$$

其次,叶片结构的约束模态矩阵 $\boldsymbol{\psi}_b$ 可通过静力学问题求得,即

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{BB}^b & \mathbf{K}_{BT}^b \\ \mathbf{K}_{BT}^{bT} & \mathbf{K}_{TT}^b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_b \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{R}_T \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\psi}_b = -(\mathbf{K}_{BB}^b)^{-1} \mathbf{K}_{BT}^b \end{cases} \quad (8)$$

式中 $\mathbf{R}_T$ 表示引起单位位移的反作用力。

由式(7)与式(8)综合可得叶片结构物理位移矢量 $\mathbf{x}^b$ 与模态坐标矢量 $\mathbf{p}^b$ 关系的模态矩阵 $\mathbf{U}_{cb}^b$,即

$$\mathbf{U}_{cb}^b = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_b & \boldsymbol{\psi}_b \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (9)$$

进一步,可得叶片结构的位移矢量 $\mathbf{x}^b$ 为

$$\mathbf{x}^b = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_B^b \\ \mathbf{x}_T^b \end{bmatrix} = \mathbf{U}_{cb}^b \begin{bmatrix} \mathbf{p}_b^b \\ \mathbf{p}_T^b \end{bmatrix} = \mathbf{U}_{cb}^b \mathbf{p}^b \quad (10)$$

式中 $\mathbf{p}_b^b$ 为叶片内部自由度模态坐标, $\mathbf{p}_T^b$ 为叶片与轮盘界面自由度模态坐标。

当叶片之间不存在直接结构耦合的情况下,叶片结构的减缩刚度矩阵 $\boldsymbol{\kappa}^b$ 与减缩质量矩阵 $\boldsymbol{\mu}^b$ 分别为

$$\boldsymbol{\kappa}^b = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \otimes \boldsymbol{\Lambda}_b & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \otimes \boldsymbol{\kappa}_{b,cc} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\boldsymbol{\mu}^b = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{I} \otimes \boldsymbol{\mu}_{bc} \\ \mathbf{I} \otimes \boldsymbol{\mu}_{bc}^T & \mathbf{I} \otimes \boldsymbol{\mu}_{b,cc} \end{bmatrix} \quad (12)$$

这里

$$\begin{cases} \boldsymbol{\mu}_{bc} = \boldsymbol{\Phi}_b^T (\mathbf{M}_{BB}^b \boldsymbol{\psi}_b + \mathbf{M}_{BT}^b) \\ \boldsymbol{\mu}_{b,cc} = \boldsymbol{\psi}_b^T (\mathbf{M}_{BB}^b \boldsymbol{\psi}_b + \mathbf{M}_{BT}^b) + \mathbf{M}_{BT}^{bT} \boldsymbol{\psi}_b + \mathbf{M}_{TT}^b \\ \boldsymbol{\kappa}_{b,cc} = \mathbf{K}_{TT}^b + \mathbf{K}_{BT}^{bT} \boldsymbol{\psi}_b \end{cases} \quad (13)$$

式中 $\mathbf{I}$ 为单位矩阵。

轮盘结构作为主体具有圆周对称性,在分析过程中可以简化计算。主要优点有两个方面:一是相邻轮盘扇区界面的自由度可以通过施加圆周约束而得到消除,使得自由度进一步的减缩;二是使轮盘结构的模态与整体叶盘结构的模态具有较高的相似性,有助于改善模态的收敛性能。

根据轮盘的结构特点,将其视为主部部件来处理,并应用自由界面子结构法进行减缩建模。

在不考虑系统阻尼的情况下,轮盘结构的动力学方程为

$$\mathbf{M}^d \ddot{\mathbf{x}}^d + \mathbf{K}^d \mathbf{x}^d = \mathbf{f}^d \quad (14a)$$

同样可展开为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{DD}^d & \mathbf{M}_{DR}^d \\ \mathbf{M}_{DR}^{dT} & \mathbf{M}_{RR}^d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_D^d \\ \ddot{\mathbf{x}}_R^d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{DD}^d & \mathbf{K}_{DR}^d \\ \mathbf{K}_{DR}^{dT} & \mathbf{K}_{RR}^d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_D^d \\ \mathbf{x}_R^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{f}_R^d \end{bmatrix} \quad (14b)$$

假设轮盘扇区的刚度矩阵独立和非独立自由度分别为 α 与 β ,对应于 α 与 D 的自由度为扇区自由度 S 。根据旋转周期理论的子结构理论,可将轮盘扇区物理坐标系变换为圆周坐标系,从而得到轮盘扇区的刚度矩阵为

$$\tilde{\mathbf{K}}_d^h = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}_{d,SS}^h & \tilde{\mathbf{K}}_{d,SR}^h \\ \tilde{\mathbf{K}}_{d,SR}^{hT} & \tilde{\mathbf{K}}_{d,RR}^h \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{K}}_{d,SS}^h = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\alpha\alpha}^d + \mathbf{K}_{\beta\beta}^d + (\mathbf{K}_{\alpha\beta}^d + \mathbf{K}_{\alpha\beta}^{dT}) \cos \varphi_h & \mathbf{K}_{D\alpha}^{dT} + \mathbf{K}_{D\beta}^{dT} \cos \varphi_h \\ \mathbf{K}_{D\alpha}^d + \mathbf{K}_{D\beta}^d \cos \varphi_h & \mathbf{K}_{DD}^d \end{bmatrix} \\ \tilde{\mathbf{K}}_{d,SR}^h = \begin{bmatrix} (\mathbf{K}_{\alpha\beta}^d - \mathbf{K}_{\alpha\alpha}^{dT}) \sin \varphi_h & \mathbf{K}_{D\beta}^{dT} \sin \varphi_h \\ \mathbf{K}_{D\beta}^d \sin \varphi_h & 0 \end{bmatrix} \end{cases}$$

式中轮盘扇区数目为 N , φ_h 表示叶片间相位角,有

$$\varphi_h = 2\pi/N \quad (20)$$

对于质量矩阵,具有与上述刚度矩阵相同的描述,在此不再赘述。由于圆周模态之间的正交性,谐波之间无耦合。轮盘结构的圆周特征值特征方程与圆周静力方程分别表示为

$$\begin{cases} [\tilde{\mathbf{K}}_{d,SS}^h - \lambda_d \tilde{\mathbf{M}}_{d,SS}^h] \tilde{\boldsymbol{\varphi}}_d^h = \mathbf{0} \\ \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}_{d,SS}^h & \tilde{\mathbf{K}}_{d,SR}^h \\ \tilde{\mathbf{K}}_{d,SR}^{hT} & \tilde{\mathbf{K}}_{d,RR}^h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\psi}}_d^h \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{R}_R^h \end{bmatrix} \end{cases} \quad (21)$$

可得每一谐波 h 的特征值矩阵 $\tilde{\boldsymbol{\Lambda}}_d$,则轮盘结构圆周主模态 $\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_d^h$ 与圆周约束模态 $\tilde{\boldsymbol{\Psi}}_d^h$,分别表示为

$$\begin{cases} \tilde{\boldsymbol{\Phi}}_d^h = (\tilde{\boldsymbol{\varphi}}_{d1}, \tilde{\boldsymbol{\varphi}}_{d2}, \dots, \tilde{\boldsymbol{\varphi}}_{dn}) \\ \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_d^h = -\tilde{\mathbf{K}}_{d,SS}^{h-1} \tilde{\mathbf{K}}_{d,SR}^h \end{cases} \quad (22)$$

其中 $h=0,1,\dots,P$,且有

$$P = \begin{cases} \frac{N-1}{2}, N \text{ 是奇数} \\ \frac{N-2}{2}, N \text{ 是偶数} \end{cases} \quad (23)$$

则轮盘结构的圆周模态矩阵 $\tilde{\mathbf{U}}^d$ 为

$$\tilde{\mathbf{U}}^d = \begin{bmatrix} \tilde{\text{Bdiag}}(\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_d^h) & \tilde{\text{Bdiag}}(\tilde{\boldsymbol{\Psi}}_d^h) \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (24)$$

式中 $\tilde{\text{Bdiag}}(\cdot)$ 表示伪块对角阵。

那么,轮盘结构的位移矢量 $\tilde{\mathbf{x}}^d$ 为

$$\tilde{\mathbf{x}}^d = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_D^d \\ \tilde{\mathbf{x}}_R^d \end{bmatrix} = \mathbf{U}^d \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{p}}_D^d \\ \tilde{\mathbf{p}}_R^d \end{bmatrix} = \mathbf{U}^d \tilde{\mathbf{p}}^d \quad (25)$$

式中 h 为谐波阶次,且 $h \neq 0, N/2, N$ 为扇区总数。而且满足

$$\tilde{\mathbf{K}}_{d,SS}^h = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{R\alpha}^{dT} + \mathbf{K}_{R\beta}^{dT} \cos \varphi_h & -\mathbf{K}_{R\beta}^{dT} \sin \varphi_h \\ \mathbf{K}_{DR}^d & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{R\alpha}^{dT} \sin \varphi_h & \mathbf{K}_{R\alpha}^{dT} + \mathbf{K}_{R\beta}^{dT} \cos \varphi_h \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{DR}^d \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_{d,RR}^h = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{RR}^d & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{RR}^d \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_{d,SS}^h = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}_{d,SS}^{h,0} & \tilde{\mathbf{K}}_{d,SS}^{h,1} \\ \tilde{\mathbf{K}}_{d,SS}^{h,1T} & \tilde{\mathbf{K}}_{d,SS}^{h,0} \end{bmatrix} \quad (18)$$

这里

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{K}}_{d,SS}^{h,0} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\alpha\alpha}^d + \mathbf{K}_{\beta\beta}^d + (\mathbf{K}_{\alpha\beta}^d + \mathbf{K}_{\alpha\beta}^{dT}) \cos \varphi_h & \mathbf{K}_{D\alpha}^{dT} + \mathbf{K}_{D\beta}^{dT} \cos \varphi_h \\ \mathbf{K}_{D\alpha}^d + \mathbf{K}_{D\beta}^d \cos \varphi_h & \mathbf{K}_{DD}^d \end{bmatrix} \\ \tilde{\mathbf{K}}_{d,SS}^{h,1} = \begin{bmatrix} (\mathbf{K}_{\alpha\beta}^d - \mathbf{K}_{\alpha\alpha}^{dT}) \sin \varphi_h & \mathbf{K}_{D\beta}^{dT} \sin \varphi_h \\ \mathbf{K}_{D\beta}^d \sin \varphi_h & 0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (19)$$

其中 $\tilde{\mathbf{p}}_d^d$ 为轮盘内部自由度模态坐标, $\tilde{\mathbf{p}}_r^d$ 为轮盘与叶片界面自由度模态坐标。

$$\mathbf{U}^d = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{F}} \tilde{\text{Bdiag}}(\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_d^h) & \hat{\mathbf{F}} \tilde{\text{Bdiag}}(\tilde{\boldsymbol{\Psi}}_d^h) \\ \mathbf{0} & \hat{\mathbf{F}} \end{bmatrix} \quad (26)$$

式中 $\hat{\mathbf{F}}$ 表示实值 Fourier 矩阵,即

$$\hat{\mathbf{F}} = \mathbf{F} \otimes \mathbf{I} \quad (27)$$

则轮盘结构的减缩刚度矩阵与减缩质量矩阵分别为

$$\tilde{\mathbf{K}}^d = \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\Lambda}}_d & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{K}}_{d,cc} \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\mu}}^d = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \tilde{\boldsymbol{\mu}}_{dc} \\ \tilde{\boldsymbol{\mu}}_{dc}^T & \tilde{\boldsymbol{\mu}}_{d,cc} \end{bmatrix} \quad (29)$$

这里

$$\begin{cases} \tilde{\boldsymbol{\mu}}_{dc} = \tilde{\text{Bdiag}}[\tilde{\boldsymbol{\Phi}}_d^{hT} (\tilde{\mathbf{M}}_{d,SS}^h \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_d^h + \tilde{\mathbf{M}}_{d,SR}^h)] \\ \tilde{\boldsymbol{\mu}}_{d,cc} = \tilde{\text{Bdiag}}[\tilde{\boldsymbol{\Psi}}_d^{hT} (\tilde{\mathbf{M}}_{d,SS}^h \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_d^h + \tilde{\mathbf{M}}_{d,SR}^h) + \\ \quad \tilde{\mathbf{M}}_{d,SR}^{hT} \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_d^h + \tilde{\mathbf{M}}_{d,RR}^h] \\ \tilde{\mathbf{K}}_{d,cc} = \tilde{\text{Bdiag}}(\tilde{\mathbf{K}}_{d,RR}^h + \tilde{\mathbf{K}}_{d,SR}^{hT} \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_d^h) \end{cases} \quad (30)$$

1.2 混合界面子结构的协调综合

子结构间的综合协调条件是影响整体模型求解精度的重要因素。为了弥补单一协调条件的不足,在此采用了位移与力的双协调条件,即

$$\begin{cases} \mathbf{x}_r^b = \tilde{\mathbf{x}}_r^d \\ \mathbf{f}_r^b = -\tilde{\mathbf{f}}_r^d \end{cases} \quad (31)$$

由式(10)和式(25)可得

$$\mathbf{x}_r^b = \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_{r,1}^b \\ \mathbf{x}_{r,2}^b \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{r,N}^b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_{c,1}^b \\ \mathbf{p}_{c,2}^b \\ \vdots \\ \mathbf{p}_{c,N}^b \end{Bmatrix} = \mathbf{p}_c^b = \hat{\mathbf{F}} \mathbf{p}_c^d = \bar{\mathbf{x}}_r^d \quad (32)$$

那么子结构耦合约束表示为

$$\begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{p}}_d^d \\ \tilde{\mathbf{p}}_r^d \\ \tilde{\mathbf{p}}_b^b \\ \tilde{\mathbf{p}}_r^b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \hat{\mathbf{F}} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\mathbf{p}}_d \\ \tilde{\mathbf{p}}_r \\ \tilde{\mathbf{p}}_b \end{Bmatrix} = \mathbf{T}_{cb} \mathbf{P}_{cb} \quad (33)$$

则可得复合结构综合后的减缩刚度矩阵与减缩质量矩阵分别为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\kappa} &= \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\Lambda}}_d & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\boldsymbol{\kappa}}_{d,cc} + \mathbf{I} \otimes \boldsymbol{\kappa}_{b,cc} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \otimes \boldsymbol{\Lambda}_b \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\mu} &= \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \tilde{\boldsymbol{\mu}}_{dc} & \mathbf{0} \\ \tilde{\boldsymbol{\mu}}_{dc}^T & \tilde{\boldsymbol{\mu}}_{d,cc} + \mathbf{I} \otimes \boldsymbol{\mu}_{b,cc} & \hat{\mathbf{F}}^T (\mathbf{I} \otimes \boldsymbol{\mu}_{bc}^T) \\ \mathbf{0} & (\mathbf{I} \otimes \boldsymbol{\mu}_{bc}) \hat{\mathbf{F}} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (34)$$
$$(35)$$

已知,复合结构自由度数 n_{sum} 等于叶片结构的主模态数 n_b ,轮盘结构的谐波主模态数 n_d 与界面约束模态数 n_r 之和,即 $n_{\text{sum}} = n_b + n_d + n_r$ 。其中,相对于各子结构在物理坐标下的自由度数,各子结构的主模态数已经减小,所以减缩模型的自由度数也随之降低。

1.3 复合结构的第二重减缩

将式(34)与式(35)代入式(1),可得复合结构减缩后的动力学方程,即

$$\boldsymbol{\mu} \ddot{\mathbf{P}}_{bd} + \boldsymbol{\kappa} \mathbf{P}_{bd} = \mathbf{F}_{bd} \quad (36)$$

则可得对应的特征方程为

$$(\boldsymbol{\kappa} - \lambda \boldsymbol{\mu}) \boldsymbol{\Phi} = \mathbf{0} \quad (37)$$

进一步,可得复合结构特征值与模态振型,即

$$\lambda = (\omega_1^2, \cdots, \omega_b^2, \cdots, \omega_{b+d}^2, \cdots, \omega_{b+d+r}^2) \quad (38)$$

$$\boldsymbol{\Phi} = (\phi_1, \cdots, \phi_b, \cdots, \phi_{b+d}, \cdots, \phi_{b+d+r}) \quad (39)$$

复合结构在第一次减缩后的自由度仍然很高,而实际研究中只需关注对结构响应起决定作用的低阶模态即可。由 SNM 理论可知,当系统发生失谐时,只有相邻模态密集时相应的振动模态才会产生较强的振型局部化。因此,可仅考虑复合结构第一次减缩后的包含密集模态的低阶模态而非复合结构第一次减缩后的全部模态,即通过合理的模态截断实现模态减缩^[23]。

假设第 p 阶与第 q 阶的模态分布呈现密集特

性,则可得模态密集区间的模态振型子集,即

$$\boldsymbol{\phi}_{pq} = (\phi_p, \phi_{p+1}, \cdots, \phi_{q-1}, \phi_q) \quad (40)$$

则选定的少数低阶模态的模态振型子集为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\phi} &= (\phi_d, \cdots, \phi_p, \phi_{p+1}, \cdots, \phi_{q-1}, \phi_q) \\ 1 \leq d \leq p < q \leq b + d + r \end{aligned} \quad (41)$$

为了精确定位模态密集区间,本文提出一种改进的密集模态判别准则,可通过已知的固有频率求解频率差方因子 $\tau \in [0, 0.5]$,快速判别模态密集区间^[24]。频率差方因子 τ 与模态密集特性成负相关关系: τ 值越小,说明特征组密集度越高,当 $\tau=0$ 时,即可判别为重频(或准重频)模态组。详细流程如图 2 所示。

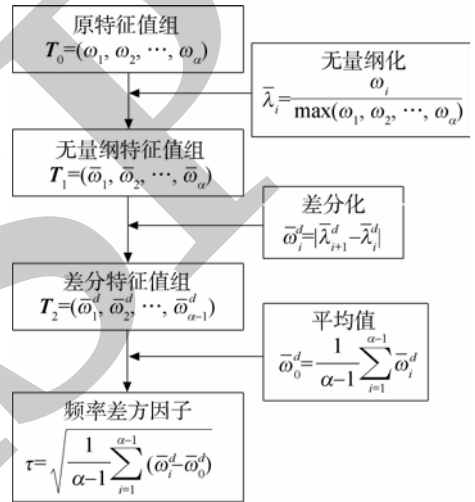


图 2 频率差方因子

Fig. 2 Standard deviation of frequencies difference

2 复合结构的振动分析

在模型减缩过程中都没有考虑系统阻尼,但是在求解失谐叶盘-硬涂层结构的动力学特性时,不考虑系统阻尼往往会带来较大的计算误差。因此,当需要精确描述复合结构的动力学特性时,必须考虑系统阻尼对复合结构的影响。

模态应变能法是从能量的角度考虑,以耗散能量与总的变形能的比值来确定阻尼复合结构的损耗因子。该方法首先通过有限元模态分析计算出结构的特征向量,同时计算出每个单元的应变能,然后将适当的阻尼项代入模态坐标下的动力学方程来表达阻尼特性,得到结构的模态阻尼^[25]。本文采用经典模态应变能法求解复合结构的模态损耗因子,其含义是:在第 r 阶模态时,复合结构的模态损耗因子 η_r 与硬涂层的损耗因子 η_c 之比等于硬涂层的模态应变能 $E_{ms,c,r}$ 与复合

结构总模态应变能 $E_{ms,r}$ 之比,即

$$\eta_r = \frac{E_{ms,c,r}}{E_{ms,r}} \eta_c \tag{42}$$

本文中采用比例阻尼近似代替系统阻尼,即

$$\begin{cases} \mathbf{C} = y\boldsymbol{\mu} + z\boldsymbol{\kappa} \\ y + z\omega_r^2 = \eta_r\omega_r \end{cases} \tag{43}$$

其中 y 与 z 分别是与质量矩阵和刚度矩阵相关的比例系数, r 表示模态阶次, η_r 与 ω_r 分别表示第 r 阶的模态损耗因子与固有频率。将式(43)代入式(36),可得含阻尼的复合结构的动力学方程为

$$\boldsymbol{\mu}\ddot{\mathbf{P}}_{bd} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{P}}_{bd} + \boldsymbol{\kappa}\mathbf{P}_{bd} = \mathbf{F}_{bd} \tag{44}$$

对式(44)进行傅里叶变换可得

$$(-\omega^2\boldsymbol{\mu} + i\omega\mathbf{C} + \boldsymbol{\kappa})\mathbf{X}(\omega) = \mathbf{F}(\omega) \tag{45}$$

进一步,可得复合结构的频响函数,即

$$H(\omega) = \sum_{r=d}^q \frac{\boldsymbol{\varphi}_r\boldsymbol{\varphi}_r^T}{\omega_r^2(1+i\eta_r)-\omega^2} \tag{46}$$

3 复合结构的失谐矩阵

叶盘结构的失谐形式是随机的,在研究时假设轮盘是谐调结构,失谐仅发生在叶片上。因此,可以在叶片上建立多种简单的失谐单元来模拟实际叶片存在的失谐。图 3 所示为 6 种常用的失谐模拟单元,主要包括:①节点集中质量失谐单元;②节点与基础间的阻尼失谐单元;③节点与基础间的刚度失谐单元;④两节点间的刚度失谐单元;⑤叶片之间的阻尼失谐单元;⑥叶片之间的刚度失谐单元等。

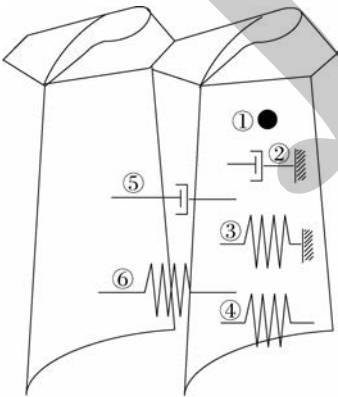


图 3 6 种失谐单元

Fig. 3 Six kinds of mistuning elements

通常预先定义一种失谐类型来模拟失谐,叶片的失谐矩阵可根据叶片的频率表示为失谐矩阵与失谐系数的乘积^[26]。本文采用刚度失谐单元来模拟失谐,使叶片的阶频率在 $-5\% \sim 5\%$ 范围内失谐,如图 4 所示。

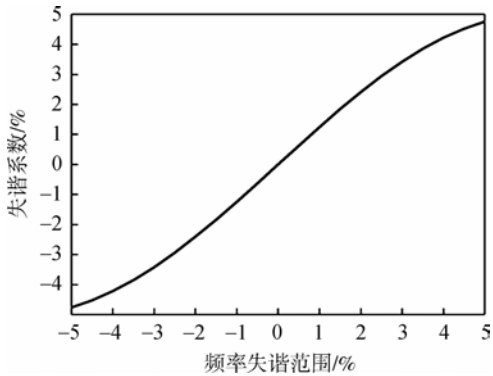


图 4 失谐系数与频率失谐

Fig. 4 Mistuning coefficient and frequency mistuning

则整体叶盘的第 n 个叶片在第 r 阶模态失谐后的刚度 $\mathbf{\Lambda}_{b,n}^r$ 可以表示为

$$\begin{cases} \mathbf{\Lambda}_{b,n}^r = (\omega_{b,n}^r)^2 = (1 + \delta_{b,n}^r)\mathbf{\Lambda}_b^r \\ n = 1, 2, \dots, N \\ r = 1, 2, \dots, m_b \end{cases} \tag{47}$$

式中 $\mathbf{\Lambda}_b^r$ 表示叶片在第 r 阶的谐调模态刚度; $\delta_{b,n}^r$ 表示第 n 个叶片的第 r 阶的失谐系数, m_b 表示叶片模态截断后选用的模态数。则失谐后的刚度矩阵表示为

$$\boldsymbol{\kappa} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{\Lambda}}_d & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{\kappa}}_{d,cc} + \mathbf{I} \otimes \boldsymbol{\kappa}_{b,cc} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{B}}\text{diag}(\text{diag}(\mathbf{\Lambda}_{b,n}^r)) \end{bmatrix} \tag{48}$$

4 研究实例

4.1 复合结构的基本参数

图 5 所示为研究所选用的叶盘与实验设备。实验装置主要包括夹具,模态锤,加速度传感器等。图 6 所示为硬涂层。涂敷位置为叶片两面,厚度为 0.3 mm。叶盘与硬涂层的材料参数列于表 1,几何参数列于表 2。

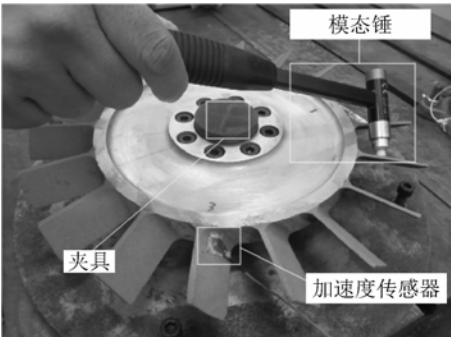


图 5 失谐整体叶盘与实验装置

Fig. 5 Mistuned blisk and experiment device

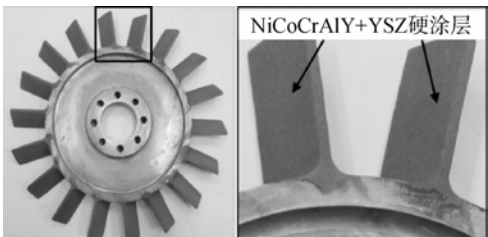


图 6 NiCoCrAlY+YSZ 硬涂层材料

Fig. 6 NiCoCrAlY+YSZ hard coating material

表 1 叶盘与硬涂层的材料参数

Table 1 Material parameters of blisk and hard coating

参数	数值及详情	
	叶盘	硬涂层
材料	铝	NiCoCrAlY-YSZ
弹性模量/GPa	70	54.494
密度/(kg/m³)	2700	5600
泊松比	0.33	0.30
材料损耗因子	0.0001	0.0212

表 2 叶盘与硬涂层的几何参数

Table 2 Geometrical parameters of blisk and hard coating

参数	数值及详情	
轮盘	轮毂内径/mm	50
	轮毂外径/mm	80
	轮毂厚度/mm	19
	轮缘内径/mm	182
	轮缘外径/mm	200
	轮缘厚度/mm	19
	轮辐厚度/mm	7
叶片-硬涂层	叶片高度/mm	50
	叶片宽度/mm	25
	叶片厚度/mm	3
	扇区数目	18
	涂层厚度/mm	0.3
	涂层位置	两侧

4.2 复合结构的模态分析与比较

在相同的硬件配置上分别采用双重减缩建模法、全尺寸模型有限元法与混合界面子结构模态综合法求解复合结构前 70 阶的模态特性并进行比较。

图 7 所示为 3 种方法的运算时间。可以看

出,双重减缩建模方法较混合界面子结构模态综合法和全尺寸模型有限元法分别节省时间 12.77%~18.54%与 25.86%~42.05%,说明双重减缩建模方法具有较高的计算效率,是可行的。而且,随着模态阶次的逐渐增大,该方法的高效优势就更加显著。

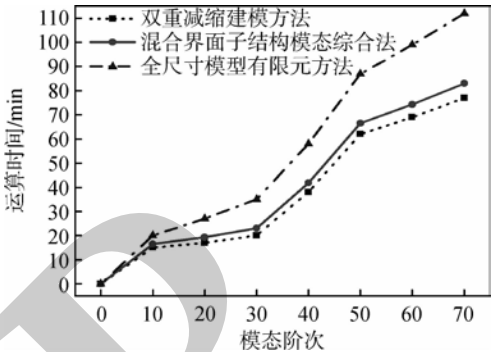


图 7 3 种不同方法运算时间

Fig. 7 Computational time of three different methods

表 3 为双重减缩建模方法与其他两种方法获取的前 20 阶固有频率及偏差绝对值。可以看到,双重减缩建模方法与混合界面子结构模态综合法的固有频率偏差绝对值 TA(量符号记为 T_a)的不大于 1.90%,双重减缩建模方法与全尺寸模型的固有频率偏差绝对值 TB(量符号记为 T_b)的最大值为 1.46%,两种偏差值均较小。这就说明,双重减缩建模方法的计算精度是比较高的。

表 3 3 种不同方法获取的固有频率及偏差

Table 3 Natural frequencies obtained by three different methods and its tolerance

阶次	固有频率/Hz			T_a /%	T_b /%
	双重减缩建模方法	混合界面子结构模态综合法	全尺寸模型有限元法		
1	685.11	684.31	683.61	0.12	0.22
2	741.57	728.09	730.91	1.85	1.46
3	821.07	814.67	812.56	0.79	1.05
4	957.08	953.99	952.38	0.32	0.49
5	962.29	957.48	956.90	0.50	0.56
6	973.14	962.71	963.16	1.08	1.04
7	982.96	969.76	971.24	1.36	1.21
8	993.86	979.36	981.85	1.48	1.22
9	1001.24	990.75	994.24	1.06	0.70
10	1012.22	1009.78	1008.57	0.24	0.36

续表

阶次	固有频率/Hz			$T_a/\%$	$T_b/\%$
	双重减缩 建模方法	混合界面 子结构模 态综合法	全尺寸 模型有 限元法		
11	1130.53	1109.47	1114.59	1.90	1.43
12	1235.12	1217.09	1222.83	1.48	1.01
13	1346.79	1326.79	1333.14	1.51	1.02
14	1542.45	1526.16	1532.76	1.07	0.63
15	1576.52	1561.52	1569.03	0.96	0.48
16	1621.45	1611.67	1616.05	0.61	0.33
17	1689.12	1678.22	1683.38	0.65	0.34
18	1734.72	1728.09	1731.12	0.38	0.21
19	1771.48	1768.96	1769.88	0.14	0.09
20	1831.76	1821.24	1825.96	0.58	0.32

模态振型对结构变化比较敏感,能明显地展示减缩方法的计算精度,同时引入模态置信因子(model assurance criterion,MAC)来精确表征模态振型的相关行。为了减少计算量,仅需分析主节点的模态振型,包括存在失谐的节点,叶片上的危险节点及叶片所受气动力的激励点^[26]。图8所示为全尺寸模型有限元法与混合界面子结构模态综合法的模态置信因子MAC-1,以及与双重减缩模型的模态置信因子MAC-2。可以看出,MAC-2普遍小于MAC-1,但是MAC-2的最小值仍然大于0.980。再次说明,双重减缩建模方法的计算精度较其他方法的计算精度虽然略有下降,但是仍然具有较高的准确性,是合理的。

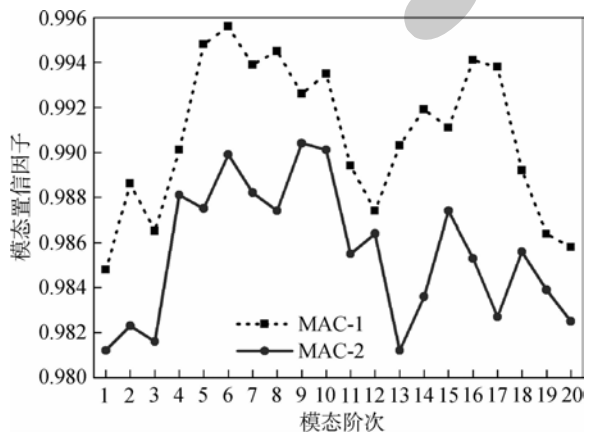


图 8 模态置信因子

Fig. 8 Model assurance criterion

4.3 硬涂层对失谐叶盘的影响

表4所示为失谐叶盘在涂层前后分别由双重减缩建模方法与实验测试获取的前20阶固有频率及其变化率。可以看到,失谐叶盘在涂敷硬涂层后的固有频率较涂敷前普遍增大,但是不明显:在双重减缩建模方法中的频率变化率 C_a 的最大值为2.72%,在实验测试中的频率变化率 C_b 的最大值为2.33%。此外,第4~10阶频率是明显的密集频率,这是由于谐调整体叶盘是一种大型的对称结构,一旦结构参数发生很小的变化(失谐),原结构就衍变为密集模态结构,这就使得失谐叶盘的结构振动往往在低频段具有丰富的密集模态。图9所示为失谐叶盘在涂层前后的模态损耗因子。可以明显看到,两种方法得到的模态损耗因子略有差距,即复合结构的损耗因子理论值(记为MLF-1)不等于复合结构的损耗因子测试值(记为MLF-3),失谐叶盘的损耗因子理论值(记为MLF-2)不等于失谐叶盘的损耗因子测试值(记为MLF-4),这是由于实验测试受到外部因素的干扰;但是它们都有相似的变化趋势,即MLF-1远大于MLF-2,MLF-3远大于MLF-4。图10所示为失谐叶盘在涂层前后的频响函数。可以明显看到,在相同阶次下,失谐叶盘在涂敷硬涂层后的振幅较涂敷前的振幅明显减小,失谐叶盘的共振响应受到抑制。由此可知,硬涂层具有较强的阻尼作用,能够在固有频率不发生较大变化的情况下,显著抑制失谐叶盘的共振响应,有效提高叶盘的可靠性。

4.4 涂层厚度对失谐叶盘的影响

由上述分析知道,固有频率对涂层不敏感,所以本部分仅求解复合结构的模态损耗因子及频响函数探究涂层厚度对失谐叶盘的影响。图11所示为叶片涂敷厚度 h 为0.1~0.4 mm的硬涂层情况下前20阶的模态损耗因子。可以看出,随着涂层厚度的增加,模态损耗因子随之增加,但是增加的幅度逐渐下降,当涂层厚度为0.4 mm的时候,模态损耗因子的变化量非常小。

图12所示为不同涂层厚度下失谐叶盘的频响函数。可以看出,随着涂层厚度的增加,频响函数的幅值普遍下降,说明硬涂层对叶盘的减振是有效果的。但是,幅值的变化量的变化量逐渐减少,说明硬涂层对叶盘的减振效果是逐渐下降的,这个性质模态损耗因子的变化规律是相似的。

表 4 涂层前后失谐整体叶盘的固有频率

Table 4 Natural frequencies of the mistuned blisk with or without damping hard coating

阶次	固有频率/Hz					
	双重减缩建模方法			实验测试		
	失谐叶盘	复合结构	$C_a/\%$	失谐叶盘	复合结构	$C_b/\%$
1	680.18	685.11	0.72	678.55	694.77	2.33
2	727.51	741.57	1.90	723.95	740.67	2.26
3	810.07	821.07	1.34	794.91	812.13	2.12
4	948.19	957.08	0.93	943.63	961.35	1.84
5	950.48	962.29	1.23	951.92	970.14	1.88
6	954.51	973.14	1.91	958.95	972.67	1.41
7	960.36	982.96	2.30	967.77	981.99	1.45
8	968.76	993.86	2.53	974.22	988.94	1.49
9	978.95	1001.24	2.23	984.39	999.61	1.52
10	991.08	1012.22	2.09	994.52	1010.24	1.56
11	1103.27	1130.53	2.41	1078.71	1094.93	1.48
12	1201.69	1235.12	2.71	1208.13	1224.85	1.37
13	1310.19	1346.79	2.72	1289.63	1306.85	1.32
14	1508.36	1542.45	2.21	1498.15	1522.42	1.59
15	1542.52	1576.52	2.16	1537.58	1564.25	1.70
16	1587.47	1621.45	2.10	1583.41	1617.74	2.12
17	1652.82	1689.12	2.15	1644.75	1672.91	1.68
18	1698.49	1734.72	2.09	1693.61	1728.69	2.03
19	1735.16	1771.48	2.05	1734.91	1765.52	1.73
20	1792.24	1831.76	2.16	1804.73	1837.44	1.78

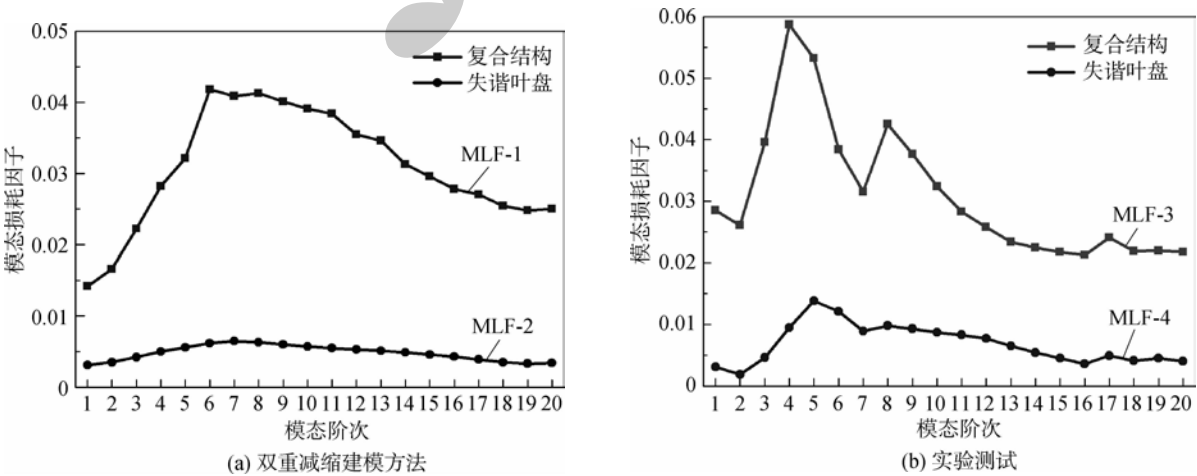


图 9 涂敷硬涂层前后失谐整体叶盘的模态损耗因子

Fig. 9 Modal loss factors of the mistuned blisk with or without damping hard coating

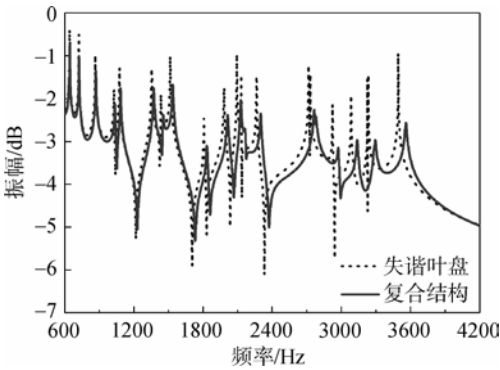


图 10 失谐整体叶盘涂敷硬涂层前后的频率响应
Fig. 10 Frequency response of the mistuned blisk with or without damping hard coating

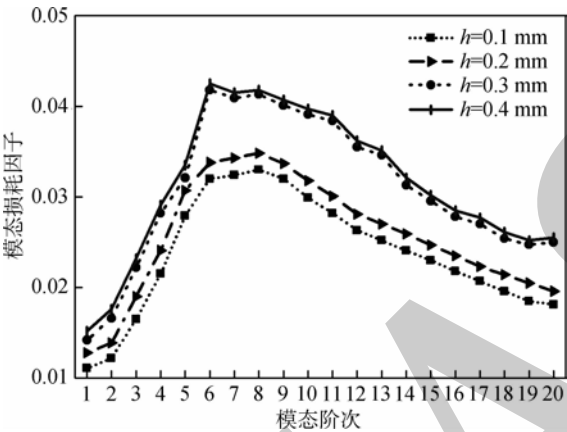


图 11 失谐整体叶盘在不同涂层厚度的模态损耗因子
Fig. 11 Modal loss factors of the mistuned blisk with damping different coating thicknesses

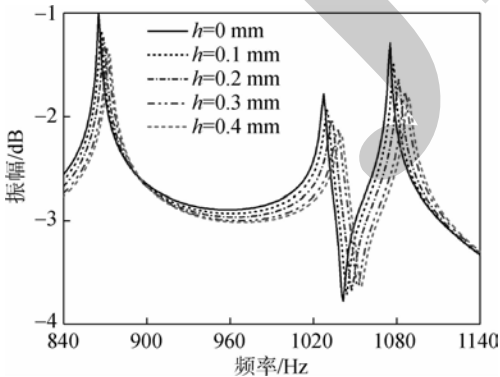


图 12 不同涂层厚度的失谐整体叶盘的频响
Fig. 12 Frequency response of the mistuned blisk with damping different coating thicknesses

5 结 论

1) 提出了一种在叶片双面涂敷硬涂层进行减振的措施,可以有效提高整体叶盘在高温与腐

蚀等恶劣环境的工作能力,具有刚度可调节的优点。

2) 对失谐叶盘硬涂层减振方法进行系统化研究,提出一种复合结构有限元模型的双重减缩建模方法并进行动力学分析。结果表明,双重减缩建模方法在保证计算精度的前提下,可以有效提高计算效率。

3) NiCoCrAlY+YSZ 硬涂层表现出较强的阻尼作用,能够在共振区显著抑制失谐叶盘的共振响应,有效提高整体叶盘的安全性和服役寿命。

4) 通过研究发现,随着涂层厚度的涂层厚度,失谐叶盘的减振效果也同时变强。对叶片涂敷 0.3 mm 的硬涂层时减振效果非常显著。此后,虽然涂层厚度继续增加,但是减振效果却逐渐下降。

参考文献:

[1] KLAUKE T, KÜHHORN A, BEIROW B, et al. Numerical investigations of localized vibrations of mistuned blade integrated disks (blisks) [J]. Journal of Turbomachinery, 2009, 131(3): 031002. 1-031002. 11.

[2] 陆山, 鲁冯杰. 基于 ANSYS 的整体叶盘结构优化设计 [J]. 航空动力学报, 2012, 27(6): 1218-1224.

LU Shan, LU Fengjie. Structure optimization design for blisk based on ANSYS [J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(6): 1218-1224. (in Chinese)

[3] 余学冉, 陆山. 整体叶盘结构强度减振一体化设计方法 [J]. 航空动力学报, 2013, 28(10): 2235-2239.

YU Xueran, LU Shan. Integrative design method of blisk considering structure strength and resonant vibration avoidance [J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(10): 2235-2239. (in Chinese)

[4] 洪杰, 杨鑫, 陈璐璐, 等. 基于接触状态分析的叶冠阻尼评估与改进设计 [J]. 北京航空航天大学学报, 2012, 38(5): 681-687.

HONG Jie, YANG Xin, CHEN Lulu et al. Damping assessment and improving design of blade shrouds based on contact states [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2012, 38(5): 681-687. (in Chinese)

[5] 单颖春, 朱梓根, 刘献栋. 凸肩结构对叶片的干摩擦减振研究-理论方法 [J]. 航空动力学报, 2006, 21(1): 168-173.

SHAN Yingchun, ZHU Zigen, LIU Xiandong. Investigation of the vibration control by frictional constraints between blade shrouds-theoretical method [J]. Journal of Aerospace Power, 2006, 21(1): 168-173. (in Chinese)

[6] SANLITURK K Y, IMREGUN M, EWINS D J. Harmonic balance vibration analysis of turbine blades with friction dampers [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1997, 119(1): 96-103.

- [7] IVANCIC F, PALAZOTTO A. Experimental considerations for determining the damping coefficients of hard coatings[J]. *Journal of Aerospace Engineering*, 2005, 18(1): 8-17.
- [8] BLACKWELL C, PALAZOTTO A, GEORGE T J, et al. The evaluation of the damping characteristics of a hard coating on titanium[J]. *Shock and Vibration*, 2007, 14(1): 37-51.
- [9] FILIPPI S, TORVIK P J. A methodology for predicting the response of blades with nonlinear coatings[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2011, 133(4): 042503. 1-042503. 7.
- [10] SUN W, HAN Q, QI F. Optimal design of damping capacity for hard-coating thin plate[J]. *Advances in Vibration Engineering*, 2013, 12(2): 179-192.
- [11] YEN H Y. New analysis and design procedures for ensuring gas turbine blades and adhesive bonded joints structural integrity and durability [D]. Columbus: the Ohio State University, 2000.
- [12] 孙伟, 刘营, 李晖. 考虑应变依赖性的硬涂层复合结构有限元分析[J]. *航空动力学报*, 2015, 30(9): 2212-2218.
SUN Wei, LIU Ying, LI Hui. Finite element analysis of hard-coating composite structure considering strain-dependent characteristic [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2015, 30(9): 2212-2218. (in Chinese)
- [13] BRUCE R W, SCHELL J D. Process for depositing a coating on a blisk: US12/241678[P]. 2008-09-30.
- [14] RIVAS-GUERRA A J, MIGNOLET M P. Local/global effects of mistuning on the forced response of bladed disks. [J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2004, 126(1): 131-141.
- [15] HUANG B W, KUANG J H. Stability in a twisted periodic bladed system with cracks[J]. *AIAA Journal*, 2006, 44(7): 1436-1444
- [16] HUANG B W, KUANG J H. Variation in the stability of a rotating blade disk with a local crack defect[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, 294(3): 486-502.
- [17] IRRETIER H, SCHMIDT H J. Mistuned bladed disks-dynamical behaviour and computations[R]. Roma: the IF-ToMM International Conference on Rotordynamic Problems in Power Plants, 1982.
- [18] YANG M T, GRIFFIN J H. A reduced-order model of mistuning using a subset of nominal system modes[J]. *Journal of Gas Turbines Power*, 1999, 123(4): 893-900.
- [19] 王帅, 王建军, 李其汉. 一种基于模态减缩技术的整体叶盘结构失谐识别方法[J]. *航空动力学*, 2009, 24(3): 662-669.
WANG Shuai, WANG Jianjun, LI Qihan. Mistuning identification of integrally bladed disk based on the modal reduced technique[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2009, 24(3): 662-669. (in Chinese)
- [20] BLADH R, CASTANIER M P, PIERRE C. Component-mode-based reduced order modeling techniques for mistuned bladed disks; Part I theoretical models[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2000, 123(1): 89-99.
- [21] BLADH R R, CASTANIER M P, PIERRE C C. Component-mode-based reduced order modeling techniques for mistuned bladed disks; Part II application[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2000, 123(1): 100-108.
- [22] YANG M T, GRIFFIN J H. A reduced order approach for the vibration of mistuned bladed disk assemblies[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 1997, 119(1): 161-167.
- [23] 李兴泉, 邓兆祥, 李传兵等. 模态综合的子结构主模态截断方法[J]. *西南交通大学学报*, 2014, 49(1): 173-178.
LI Xingquan, DENG Zhaoxiang, LI Chuanbing et al. Substructure normal modes selection method for component mode synthesis[J]. *Journal of Southwest Jiao Tong University*, 2014, 49(1): 173-178. (in Chinese)
- [24] 刘潇翔, 胡军. 一种界定模态密集程度的新方法[J]. *宇航学报*, 2010, 31(4): 1093-1099.
LIU Xiaoxiang, HU Jun. A new way to define closely spaced modes of vibration[J]. *Journal of Astronautics*, 2010, 31(4): 1093-1099. (in Chinese)
- [25] LEPOITTEVIN G, KRESS G. Optimization of segmented constrained layer damping with mathematical programming using strain energy analysis and modal data[J]. *Materials and Design*, 2010, 31(1): 14-24.
- [26] 臧朝平, 段勇亮, PETROV E P. 失谐叶片轮盘的减缩建模及动力响应预测方法[J]. *航空学报*, 2015, 36(10): 3305-3315.
ZANG Caoping, DUAN Yongliang, PETROV E P. Reduced-order modelling and dynamic response prediction method for mistuned bladed disks[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2015, 36(10): 3305-3315. (in Chinese)

(编辑:王碧珺)